

CLAVES

MATEMÁTICAS

UNI 2025-2



MATEMÁTICA

1. El espacio muestral de cierto experimento aleatorio es equiprobable y la probabilidad de cada suceso elemental es $\frac{1}{4}$.

Un experimento aleatorio con estas características es

- A) lanzar un dado cargado.
B) lanzar una moneda normal 4 veces.
C) extraer una bolilla de una urna en donde hay solo 4 bolillas idénticas numeradas del 1 al 4.

D) lanzar dos dados y dos monedas que sean ambas normales.

E) extraer dos bolillas sin reposición de una urna que contiene 4 rojas, 2 blancas y 2 verdes.

2. Se mezclan cantidades diferentes de dos tipos de arroz (tipo 1 y tipo 2). El de tipo 1 es de 3,80 soles el kilogramo, mientras que el de tipo 2 es de 2,30 soles el kilogramo. De ello se obtiene 100 kg de arroz de 2,90 soles el kilogramo como precio de mezcla. Determine la cantidad (en kilogramos) del tipo 1 y del tipo 2 que se debe mezclar.

- A) 25 y 75 B) 20 y 80 C) 40 y 60
D) 60 y 40 E) 80 y 20

3. Determine si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

- I. Existe una cantidad finita de números primos
II. Un número entero positivo y primo escrito en cualquier otra base distinta a la decimal sigue siendo primo.
III. La cantidad de divisores de un entero positivo y primo en cualquier sistema de numeración es la misma.

Marque la secuencia correcta.

- A) FVV B) VVF C) VFV
D) FFF E) VVV

4. Se tiene el número natural N tal que al extraer su raíz cuadrada el residuo por defecto es 125. Si la diferencia de los cuadrados de sus raíces por exceso y por defecto es 189, determine el número N .

- A) 8951 B) 8961 C) 8971
D) 8981 E) 8991

5. Existe una fracción $\frac{a}{b}$, tal que satisface

$$\frac{a}{b} = 0,\overline{bcdefa}$$

donde a, b, c, d, e y f son números naturales de una cifra.

$$\text{Si } M = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} \text{ y } N = d + \frac{1}{e + \frac{1}{f}}$$

Determine $(8M + 17N)$

- A) 57 B) 87 C) 97
D) 107 E) 117

6. Considere la siguiente igualdad:

$$N = \overline{abc}_{(9)} = \overline{cab}_{(7)} + 48$$

Expresa el número N en base 10.

Dé como respuesta la suma de cifras de N .

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 18

7. La tabla de distribución de frecuencias muestra la cantidad de obreros con defectos visuales, según su edad:

Edad	Frecuencia
18-19	40
20-29	70
30-39	80
40-49	100
50-59	110

Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F):

- I. Los obreros con defectos visuales comprendidos de 30 a 39 años representan el 20% del total de obreros con defectos visuales.
- II. La cantidad de obreros de 40 o más años son más de la mitad del total de obreros.
- III. La cantidad de obreros con defectos visuales es 500.

Señale la secuencia correcta.

- A) VFF B) FFF C) VFV
☒ D) VVF E) VVV

8. Si el número $(\overline{ab})!$ es múltiplo de 8, 10 y 11;

además $(\overline{ab})! = \overline{(2b)c(c+2)dda(3b)dd}$
 Determine $(5a + 4b - c)$

- A) 2 B) 4 ☒ C) 6 D) 8 E) 10

9. Dado que a, b, c, d y e son cifras distintas entre sí, además

$$805\,527 = \overline{abcd} \times \overline{eee}$$

Calcule el valor de $a + b + c + d + e$

- ☒ A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

10. Sean cuatro números que son proporcionales a 2, 3, 5 y 7. Si cada uno se eleva al cubo, la suma de los resultados es 13 581. Calcule la media aritmética de los números iniciales.

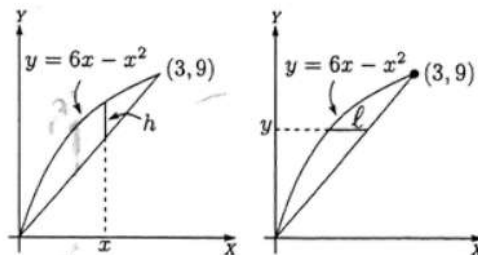
- A) 11,75 B) 12,25 ☒ C) 12,75
 D) 24,50 E) 25,50

11. Determine el conjunto solución de la inecuación

$$\sqrt{x^2 + 4x + 15} < x + 1$$

- A) $\langle -1; 4]$ B) $\langle -1; 5]$ C) $\langle 1; 6)$
☒ D) $\emptyset$ E) $[-2; 2]$

12. En las gráficas mostradas, escriba h en función de x , ℓ en función de y .



Indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. h es máximo para $x = \frac{3}{2}$

II. $h + \ell = -3 + 3x - x^2 + \frac{y}{3} + \sqrt{9 - y}$

III. h es una función inyectiva

Marque la secuencia correcta.

- A) VVV ☒ B) VVF C) FVV
 D) FVF E) VFV

13. Sean las funciones

$$f : \langle 0; +\infty \rangle \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x \text{ y}$$

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{e^{|x|}}$$

Halle el rango de la función compuesta $g \circ f$

- A) $\langle 0; \frac{1}{2} \rangle$ B) $\langle 0; \frac{1}{2}]$ C) $[\frac{1}{2}; 1]$
 D) $\langle 0; 1)$ ☒ E) $\langle 0; 1]$

14. Dado el sistema

$$2x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 1$$

$$-2x_1 - 2x_2 + 12x_3 = 2$$

$$4x_1 + x_2 - 2x_3 = -1$$

Determine cuál de las siguientes expresiones paramétricas representa al conjunto solución:

I.

$$\begin{aligned}x_1 &= -\frac{2}{5} - t \\x_2 &= -\frac{13}{5} + 2t \\x_3 &= -5t, \quad t \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

II.

$$\begin{aligned}x_1 &= -\frac{2}{5} + t \\x_2 &= \frac{8}{5} - t \\x_3 &= -5t + 1, \quad t \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

III.

$$\begin{aligned}x_1 &= -\frac{2}{5} + \frac{8}{5}t \\x_2 &= \frac{3}{5} - \frac{22}{5}t \\x_3 &= t, \quad t \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

Indique la alternativa correcta.

- A) Solo I B) Solo II **C) Solo III**
D) I y II E) II y III

15. La gráfica del polinomio P con regla de correspondencia

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

pasa por los puntos $(0; 4)$, $(1; 5)$ y $(2; 12)$. Halle v , si $(3; v)$ pertenece a la gráfica del polinomio.

- A) 25** B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

16. Se tiene la ecuación matricial

$$A^{-1}XA^{-1} = I, \quad I \text{ matriz identidad;}$$

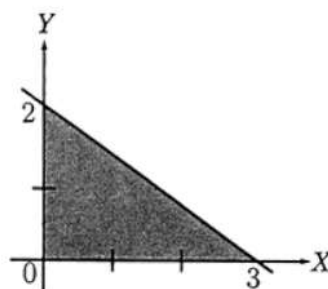
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Halle $X + 9X^{-1}$

Dé como respuesta la suma de sus elementos.

- A) 15 B) 16 C) 18 D) 19 **E) 20**

17. La expresión $z = 3x - 4y$ es la función objetivo de un problema de programación lineal (minimización), donde la región sombreada representa la región factible.



¿Cuál de las siguientes expresiones puede reemplazar a $z = 3x - 4y$ para obtener la misma solución óptima?

- A) $z = -6x + y$ B) $z = -3x + 3y$ C) $z = 6x + 6y$
D) $z = -6x - y$ **E) $z = 6x - 6y$**

18. Sean los conjuntos A y B diferentes del vacío, de manera que exista $b \in B$, tal que $a < b, \forall a \in A$. Determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. $\forall b \in B, \exists a \in A$ tal que $b < a$

II. $\forall a \in A, \forall b \in B, b < a$

III. $B \subseteq A$

Marque la secuencia correcta.

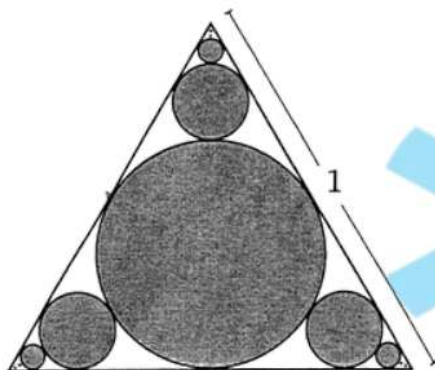
- A) VVV B) VFF C) VVF
D) FFV **E) FFF**

19. Encuentre los pares ordenados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ que son solución del sistema de ecuaciones

$$x^2 + y^2 = 16 \quad \wedge \quad y = \frac{x^2}{6}$$

- A) $(\sqrt{3}; 4)$ y $(-\sqrt{3}; 4)$
B) $(\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$ y $(-\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$
C) $(3\sqrt{3}; 4)$ y $(-3\sqrt{3}; 4)$
D) $(2; 8)$ y $(-2; 8)$
E) $(2\sqrt{3}; 2)$ y $(-2\sqrt{3}; 2)$

20. En la figura existen infinitos círculos que se aproximan a los vértices de un triángulo equilátero. Cada círculo es tangente a otros círculos y a los lados del triángulo. Si el triángulo tiene lados que miden una unidad de longitud, determine el área total de los círculos.



- A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{11\pi}{96}$ C) $\frac{\pi}{8}$
D) $\frac{9\pi}{12}$ E) $\frac{11\pi}{12}$

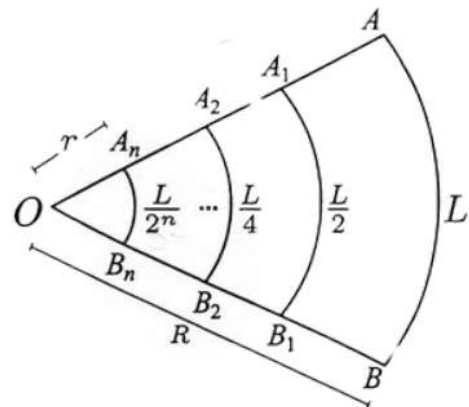
21. En un triángulo rectángulo, la mediana relativa a un cateto intersecta perpendicularmente a la mediana relativa a la hipotenusa. Si la longitud de la hipotenusa es $5\sqrt{3}u$, entonces la longitud (en u) de uno de los catetos es

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 10

22. Un poliedro convexo está formado por seis regiones cuadrangulares y doce regiones triangulares. ¿Cuál es el número de vértices de este poliedro?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

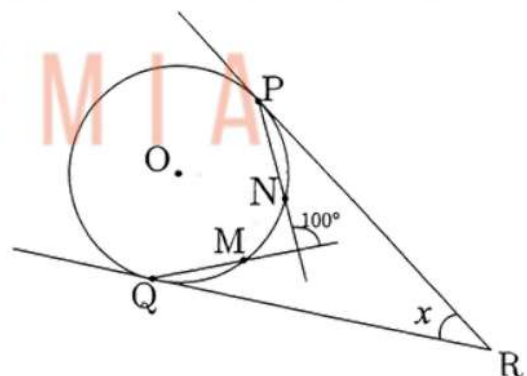
23. En la figura $AB, A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$ son arcos de circunferencia, con centro en el punto O , cuyas longitudes son $L, \frac{L}{2}, \frac{L}{4}, \dots, \frac{L}{2^n}$, respectivamente. Además, la suma de las longitudes de dichos arcos es $63\pi u$ y $\frac{r}{R} = \frac{1}{32}$



Calcule el valor de L (en u).

- A) 30π B) 32π C) 60π
D) 64π E) 80π

24. En la figura P y Q son puntos de tangencia, el punto O es el centro de la circunferencia y la medida del arco menor MN es 40° .



Calcule el valor de x (en grados sexagesimales).

- A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

25. En un cilindro oblicuo, su sección recta tiene área $2m^2$ y el área de la base es $4m^2$. Halle (en grados sexagesimales) la medida del ángulo que forman la generatriz y la altura

- A) 20 B) 30 C) 40
D) 60 E) 80

26. En un paralelepípedo rectangular, las diagonales de sus caras miden $\sqrt{34}$ cm, $\sqrt{58}$ cm y $\sqrt{74}$ cm, respectivamente. Halle (en cm^3) el volumen del sólido determinado por dicho paralelepípedo.

- A) 75 B) 85 C) 95
D) 100 **E) 105**

27. En una circunferencia C , se inscribe un polígono regular $ABCDEF$. Por el punto A se traza una recta tangente L a la circunferencia C . Las proyecciones ortogonales de los puntos B y E sobre la recta L son B' y E' , respectivamente. Halle el valor de $\frac{BB'}{EE'}$.

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

28. Las longitudes de los lados de un triángulo forman una progresión aritmética cuya razón es $1u$. Si el área de la región limitada por el triángulo es $6u^2$, entonces, la distancia (en u) entre su incentro y circuncentro es

- A) 1 **B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$** C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

29. En un segmento esférico de dos bases cuya altura mide h , se traza un plano equidistante a las bases que determina una sección cuyo radio mide r . Calcule el volumen del segmento esférico.

- A) $\frac{\pi r^2 h}{4} - \frac{\pi h^3}{48}$
B) $\frac{\pi r^2 h}{2} - \frac{\pi h^3}{24}$
C) $\pi r^2 h - \frac{\pi h^3}{12}$
D) $2\pi r^2 h - \frac{\pi h^3}{6}$
E) $4\pi r^2 h - \frac{\pi h^3}{3}$

30. Sean α y β las medidas de dos ángulos, tal que la suma de sus complementos es el doble del suplemento del ángulo cuya medida es α . Indique cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas.

- I. $\alpha + \beta = 180^\circ$
II. $\alpha > \beta$
III. $\alpha - \beta > 90^\circ$

Marque la alternativa correcta.

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y III **E) II y III**

31. Dada la hipérbola de ecuación

$$4x^2 - 24x - y^2 - 4y + 41 = 0$$

Calcule las coordenadas del vértice que se encuentra más cerca al origen de coordenadas.

- A) $(-3; 1)$ B) $(3; -2)$ C) $(3; 2)$
D) $(3; 0)$ **E) $(3; 1)$**

32. La recta L de ecuación

$$3x + 4y - 24 = 0$$

intersecta a los ejes coordenados en los puntos A y B. Determine la ecuación de la recta que pase por el punto medio de $\overline{AB}$ y sea perpendicular a la recta L .

- A) $4x - 3y + 7 = 0$
B) $4x - 3y - 14 = 0$
C) $4x - 3y - 7 = 0$
D) $4x + 3y - 25 = 0$
E) $3x - 4y = 0$

33. Sea f la función definida por

$$f(x) = 1 + \cos(x), \quad x \in (0; \pi)$$

Respecto a las características de f , determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

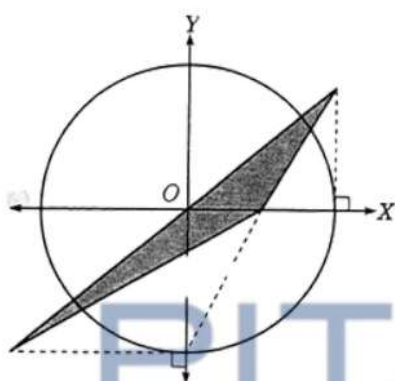
- I. Es continua y decreciente.
II. Es par y continua.

III. Tiene rango $[0; 2]$ y es creciente.

Marque la secuencia correcta.

- A) VFF B) VVF C) FVF
D) FFV E) VVV

34. En la figura se presenta una circunferencia trigonométrica. Calcule el área (en u^2) de la región triangular sombreada.



- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{2}{3}$ E) 1

35. Resuelva la ecuación

$$\sqrt{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)} - \sin\left(\frac{x}{4}\right) = 0$$

Calcule la suma de las soluciones pertenecientes a $\langle 0; 8\pi \rangle$

- A) 8π B) 9π C) 10π
D) 11π E) 12π

36. Determine el dominio de la función f definida por

$$f(x) = \frac{1}{2} \arcsin(x - 3)$$

- A) $[-1; 1]$ B) $[2; 4]$ C) $[0; 2]$
D) $[1; 3]$ E) $[3; 5]$

37. En un triángulo rectángulo, su perímetro es 168 cm. Si el coseno de uno de sus ángulos agudos es 0,96; calcule la longitud (en cm) del menor cateto.

- A) 21 B) 23 C) 25
D) 27 E) 29

38. Sean $a, r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, tal que

$$a \cos(72^\circ) + r \sin(72^\circ) = 0$$

Calcule el valor aproximado de

$$\frac{a \tan(19^\circ) - r}{a + r \tan(19^\circ)}$$

- A) $\tan(18^\circ)$ B) $\tan(19^\circ)$ C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{24}{7}$

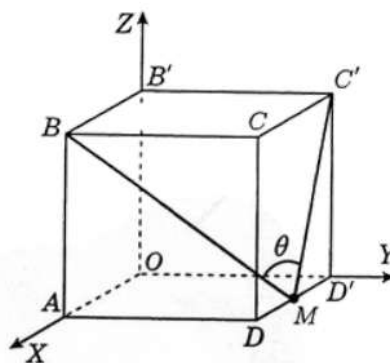
39. En un trapecio circular, los arcos que lo limitan miden x e y (en cm), con $x > y$. Si el área (en cm^2) de su región correspondiente es

$$\frac{x^2 - y^2}{2}$$

Calcule la medida del ángulo central (en radianes) del sector circular al que pertenece.

- A) $1/4$ B) $1/2$ C) 1
D) $3/2$ E) 2

40. En la figura $ABCD - OB'C'D'$ es un hexaedro regular y M es punto medio de la arista $\overline{DD'}$. Si θ es la medida del ángulo BMC' , calcule $\sec(\theta)$.



- A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3
D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{15}$